Übungen zur Experimentalphysik B SS 2009
Prof. Dr. Schimmel

Lösungen zum 13. Übungsblatt

Wichtige Begriffe vorab:
konstruktive/destruktive Interferenz: Überlagerung von zwei oder mehr kohärenten Wellenzügen an einem Raumpunkt mit sich gegenseitig verstärkenden/auslöschenden Amplituden. Bedingung: kohärentes, monochromatisches Licht mit einer Phasendifferenz von einem ganzzahligen Vielfachen von 2π/ungeradzahligem Vielfachen von π im optischen Weg.
Kohärenz: Wellenzüge fester Phasenbeziehung in einem räumlich ausgedehnten Bereich.

Aufgabe 1:

a) Unterschied im optischen Weg: $\Delta = 2nd$.
(Hinweis: bei beiden Teilstrahlen tritt ein Phasensprung um π auf wegen der Reflexion am dichteren Medium.)

b) Bedingung für destruktive Interferenz: $\Delta = 2nd \overset{!}{=} \frac{\lambda_g}{2} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{\lambda_g}{4n} = 115\,\text{nm}$.

c) $\frac{\Delta}{\lambda_r} = \frac{\lambda_g}{2 \cdot \lambda_r} = 0{,}393$.

ist teilweise destruktiv.
$A_0 \sin(\varphi + \Delta\varphi) + A_0 \sin(\varphi) = A \sin(\varphi + \Delta\varphi')$ mit $A = 2A_0 \cos\frac{\delta}{2}$ (aus Summenformel für sin untersch. Arguments)

Hier: $A = 2A_0 \cos\frac{2\pi\frac{\Delta}{\lambda_r}}{2} = 2A_0 \cos\frac{2\pi\frac{\Delta}{\lambda_r}}{2} = 0{,}66A_0$

Aufgabe 2:

Unterschied im optischen Weg unter Berücksichtigung eines Phasensprungs um π bei der Reflexion am dichteren Medium: $\Delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$, wobei n = 1.

Konstruktive Interferenz: $\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad \Rightarrow \quad 2d = (2m-1)\frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad d = (2m-1)\frac{\lambda}{4}$

19 helle Streifen sichtbar, erster Streifen m=1:

$\Rightarrow$ minimales d: m=19: $d_{min} = \frac{37}{4}\lambda = 5{,}46\,\mu\text{m}$

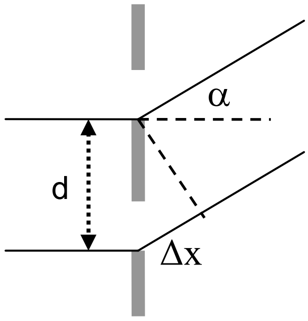
maximales d: m=20: $d_{max} = \frac{39}{4}\lambda = 5{,}75\,\mu\text{m}$

Hinweis: Die Methode versagt, wenn d großer als die Kohärenzlänge des Lichtes ist, da dann keine Interferenz mehr zu beobachten ist. Diese ist bei Lasern sehr lang (m…km). Thermische Strahler sind hingegen inkohärent.

Aufgabe 3:

a) Gangunterschied: $\Delta x = d \sin\alpha$

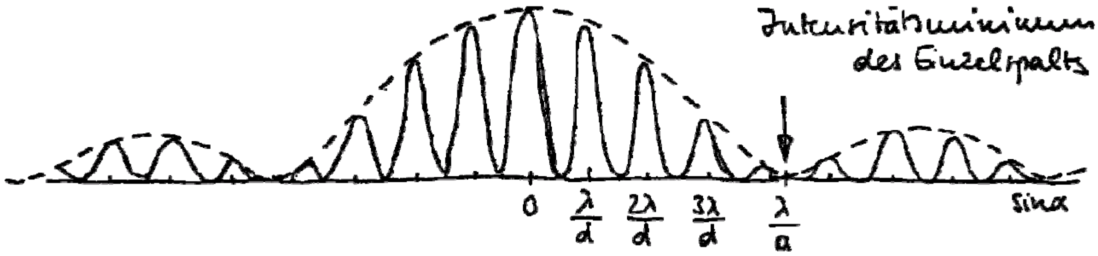
Bedingung für Maximum: $\Delta x = m\lambda$



$\Rightarrow \quad d \sin\alpha_{max} = m\lambda$ bzw.

$$\alpha_{max} = \arcsin\left(m\frac{\lambda}{d}\right)$$

b) Intensitätsverlauf:

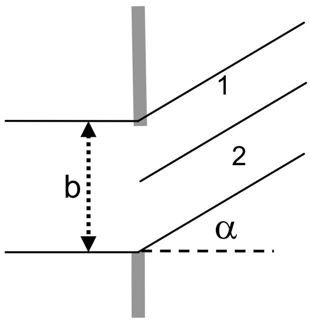


c) Ganguterschied durch das Blättchen ist: $\Delta = (n - n')d = (n-1)\lambda = \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow$

Maxima und Minima der Doppelspaltfunktion tauschen die Positionen.

d) Wird ein Spalt abgedeckt erhält man das Interferenzmuster des Einzelspalts (= Einhüllende in b))

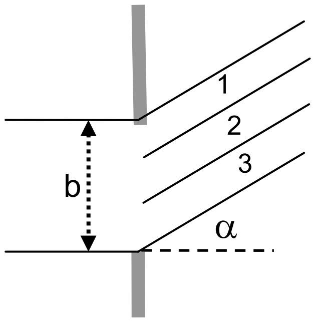
Bedingung für ein Minimum:
Zerlegung des Strahls in 2m Strahlbündel, die sich paarweise auslöschen (Gangunterschied λ/2 für die Randstrahlen benachbarter Strahlbündel)



$\Rightarrow \quad \frac{b}{2m}\sin\alpha_{min} = \frac{\lambda}{2}$ bzw.

$\alpha_{min} = \arcsin\left(m\frac{\lambda}{b}\right)$ mit $m = \pm 1, \pm 2, ...$

Bedingung für ein Maximum:
Zerlegung des Strahls in 2m+1 Strahlbündel, von denen sich jeweils 2m auslöschen (Gangunterschied λ/2 für die Randstrahlen benachbarter Strahlbündel) und der 2m+1. Strahlbündel übrig bleibt.



$$\Rightarrow \quad \frac{b}{2m+1}\sin\alpha_{max} = \frac{\lambda}{2} \text{ bzw.}$$

$$\alpha_{max} = \arcsin\left(\frac{2m+1}{2}\frac{\lambda}{b}\right) \text{ mit } m = -\frac{1}{2}, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

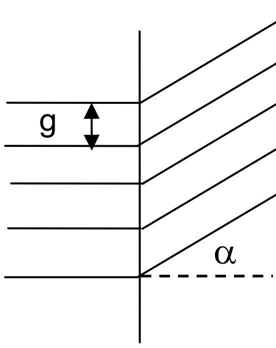
Hinweis: Die Lichtbeugung ist auch von Bedeutung für die Auflösung (minimaler Abstand unterscheidbarer Punkte) optischer Geräte. Hierbei entspricht etwa die Linsenöffnung der Spaltbreite. Die maximale Winkelauflösung ergibt sich aus dem Winkelunterschied zwischen Hauptmaximum und ersten Minimum.

Aufgabe 4:

a) $$g\sin\alpha_{max} = m\lambda$$

$$\alpha_{max} = \arcsin\left(\frac{m\lambda}{g}\right) \text{ mit } m = 1,2,\ldots \text{ und } m < \frac{g}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_1 = 5{,}74° \,;\ \alpha_2 = 11{,}5° \,;\ \alpha_3 = 17{,}5°$$



b) Maximum 3. Ordnung: $\sin\alpha_3 = \frac{3\lambda}{g}$

Bedingung für das Minimum der Spaltfunktion:

$$\sin\alpha_{min} = m\frac{\lambda}{b}$$

$$\frac{3\lambda}{g} = m\frac{\lambda}{b} \quad b = \frac{m}{3}g \text{ mit } m = 1,2$$

$$\Rightarrow \quad b_1 = \frac{1}{3}g = 1{,}67\,\mu m,\ b_2 = \frac{2}{3}g = 3{,}33\,\mu m$$

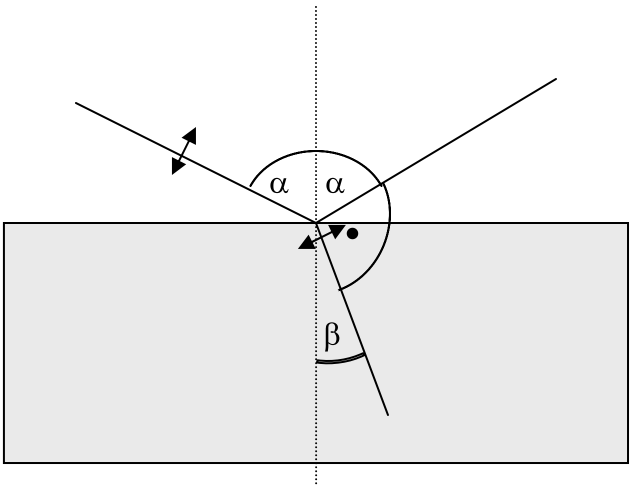
c) $$\alpha_{1,\lambda\,max} = \arcsin\left(\frac{\lambda_{max}}{g}\right)$$

$$\alpha_{2,\lambda\,min} = \arcsin\left(\frac{2\lambda_{min}}{g}\right)$$

$\Rightarrow \quad \lambda_{max} < 2\lambda_{min} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{1,\lambda\,max} < \alpha_{2,\lambda\,min}$ -> keine Überlappung

Aufgabe 5:

a)



Qualitative Erklärung: Die reflektierte Welle wird durch schwingende Dipole (Atome, Moleküle) im dichteren Medium erzeugt. Diese oszillieren parallel zum elektrischen Feldvektor des gebrochenen Strahls, welches bei in der Einfallsebene (Zeichenebene) polarisiertem Licht parallel zur Einfallsebene und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des gebrochenen Strahls ist. In dieser Richtung können die Dipole aber keine Energie abstrahlen. Der reflektierte Strahl fehlt also, wenn dieser senkrecht auf die Richtung des gebrochenen Strahls steht.

b) Brewsterbedingung: $\beta_B = 90° - \alpha_B$

Brechungsgesetz:: $\sin\alpha_B = n\sin\beta_B = n\sin(90° - \alpha_B) = n\cos\alpha_B$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{\sin\alpha_B}{\cos\alpha_B} = \tan\alpha_B = 1{,}43$$

c) Aufgrund des Fehlens der Komponente parallel zur Zeichenebene (s.o.), ist das reflektierte Licht vollständig linear polarisiert (Polarisation senkrecht zur Zeichenebene).

Hinweis: Wenn die Brewsterbedingung nicht erfüllt ist, wird das reflektierte Licht teilweise polarisiert.

Lösungen zum 14. Übungsblatt

Aufgabe 1:

a) $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \boxed{\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 7{,}09}$$

b) Zeitdilatation: (bewegte Uhren gehen langsamer)

$$\boxed{\Delta t_{\text{Beob.}} = \frac{\Delta t_{\text{Rakete}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = 7{,}09\,\text{a}}$$

c) Längenkontraktion: Längen parallel zur Richtung der Bewegung erscheinen dem ruhenden Beobachter verkürzt:

$$\Delta x_{\text{Beob.}} = \Delta x_{\text{Rakete}}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \boxed{= \frac{\Delta x_{\text{Rakete}}}{7{,}09}}$$

Längen senkrecht zur Richtung der Bewegung bleiben unverändert:

$\boxed{\Delta y_{\text{Beob.}} = \Delta y_{\text{Rakete}}}$ bzw. $\boxed{\Delta z_{\text{Beob.}} = \Delta z_{\text{Rakete}}}$

d) $$\rho = \frac{m}{V_{\text{Beob.}}} = \frac{m}{x_{\text{Beob.}}yz} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{1}{x\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}yz} \boxed{= \frac{\rho_0}{1-\frac{v^2}{c^2}} = 50{,}3\,\rho_0}$$

Aufgabe 2:

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \boxed{= 0{,}852\text{ MeV}}$$

$$E_{kin} = E - E_0 = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) \boxed{= 0{,}341\text{ MeV}}$$

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{v}{c^2} \boxed{= 0{,}681\,\frac{\text{MeV}}{c}}$$

Aufgabe 3:

a) $E_{kin,i} = eU_i = h\nu_i - \Phi = h\frac{c}{\lambda_i} - \Phi \;\Rightarrow\; U_i = \frac{h}{e}\frac{c}{\lambda_i} - \frac{\Phi}{e} \quad i \in 1,2$

$$(1)\text{-}(2) \;\Rightarrow\; \frac{h}{e} = \frac{U_1 - U_2}{c\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}$$

b) $\Phi = h\frac{c}{\lambda_i} - eU_i$

c) $\Phi = h\frac{c}{\lambda_{max}} \;\Rightarrow\; \lambda_{max} = h\frac{c}{\Phi}$

Aufgabe 4:

a) $h\nu_{min} = h\frac{c}{\lambda_{max}} = 2m_0c^2 \;\Rightarrow\; \lambda_{max} = \frac{h}{2m_0c} = 1{,}21\,pm$

b) $2m_0c^2 = eU \;\Rightarrow\; U = \frac{2m_0c^2}{e} = 1025\,kV$

c) $\lambda = \frac{h}{p}$ wobei $E = 3E_0 > E_0 \;\Rightarrow$ relativistisch: $E^2 = E_0^2 + p^2c^2 \;\Rightarrow$

$$p^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{9m_0^2c^4 - m_0^2c^4}{c^2} = 8m_0^2c^2 \;\Rightarrow\; p = \sqrt{8}m_0c \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{h}{\sqrt{8}m_0c} = 0{,}858\,pm$$

Aufgabe 5:

a) $p = \frac{h}{\lambda} = 3{,}32 \cdot 10^{-24}\,\frac{kgm}{s}$

b) $E_{kin,e} = \frac{m_e}{2}v^2 = \frac{p^2}{2m_e} = 6{,}0 \cdot 10^{-18}\,J = 37{,}7\,eV$

$E_{kin,p} = \frac{m_p}{2}v^2 = \frac{p^2}{2m_p} = 3{,}3 \cdot 10^{-21}\,J = 0{,}021\,eV$

$E_{kin,\gamma} = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 9{,}9 \cdot 10^{-16}\,J = 6{,}22\,keV$

c) $E_{kin} << E_0 = mc^2$

Aufgabe 6:

$$\Delta E \approx h / \Delta t = 6{,}63 \cdot 10^{-17}\ \mathrm{J}$$

Aufgabe 7:

a) *Gleichgewichtsbedingung*:

$$\frac{m v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2} \quad (1) \quad \text{(-> Coulombkraft als Zentralkraft)}$$

Quantisierungsbedingung:

$$m v_n r_n = n\hbar \qquad n \in \mathbb{N} \quad (2)$$

b) (1), (2) $\Rightarrow$

$$r_n = 4\pi\varepsilon_0 \frac{n^2\hbar^2}{me^2} \qquad v_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{n\hbar}$$

Zahlenwerte eingesetzt:

$$r_n = 0{,}53\ \text{Å} \cdot n^2 \qquad v_n = \left(2{,}18 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}\right)\frac{1}{n}$$

c) Gesamtenergie des Elektrons auf der n-ten Bohr´schen Bahn = Summe aus kinetischer und potentieller Energie:

$$E_n = E_{kin} + E_{pot} = \frac{m}{2}v_n^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n} = \frac{m}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{n\hbar}\right)^2 - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{me^2}{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2\frac{me^4}{n^2\hbar^2}$$

Zahlenwerte eingesetzt:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \cdot 13{,}6\ \mathrm{eV}$$

Aufgabe 8:

a)

$$\Delta p_H = p_{Photon} = \frac{h\nu}{c} = \frac{1}{c}R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) = \frac{3}{4}\frac{R}{c} = 10{,}2\,\frac{\mathrm{eV}}{c}$$

b)

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2$$

$$\frac{E_{kin}}{h\nu} = \frac{1}{h\nu}\frac{1}{2m}\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 = \frac{h\nu}{2mc^2} = \frac{3}{8}\frac{R}{mc^2} = 5{,}4 \cdot 10^{-9}, \text{ wobei } \begin{array}{l} mc^2 = 939\ \mathrm{MeV} \\ R = 13{,}6\ \mathrm{eV} \end{array}$$

c)

$$E_{therm} = \frac{5}{2}kT = 1{,}0 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{J} = 0{,}065\,\mathrm{eV}$$

$$\frac{E_{kin}}{E_{therm}} = \frac{1}{2m}\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 \frac{1}{\frac{5}{2}kT} = \frac{1}{2m}\left(\frac{3}{4}\frac{R}{c}\right)^2 \frac{1}{\frac{5}{2}kT} = \frac{9R^2}{32mc^2}\frac{1}{\frac{5}{2}kT} = 8{,}5 \cdot 10^{-7}$$

Aufgabe 9:

a) α-Zerfall: $\Delta A = -4$, $\Delta Z = -2$ $\Rightarrow$ ${}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{231}_{90}Th + {}^{4}_{2}He$ also Z = 90, A = 231

b) Impulserhaltung: $m_\alpha v_\alpha = m_{Th} v_{Th} \Rightarrow v_{Th} = \frac{m_\alpha}{m_{Th}} v_\alpha$ (1)

Rückstoßenergie des Th-Kerns mit (1):

$$E_{kin,Th} = \frac{m_{Th}}{2} v_{Th}^2 = \frac{m_{Th}}{2}\left(\frac{m_\alpha}{m_{Th}}\right)^2 v_\alpha^2 = \frac{m_\alpha}{m_{Th}} E_{kin,\alpha} \Rightarrow E_{kin,Th} = \frac{4}{231} \cdot 4{,}7\,\text{MeV} = 0{,}081\,\text{MeV}$$

c) Zerfallsgesetz: $N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow$ Aktivität: $\frac{dN}{dt} = -\lambda N = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{dN}{dt}(t)}{\frac{dN}{dt}(t=0)} = \frac{\lambda N_0 e^{-\lambda t}}{\lambda N_0 \cdot 1} = e^{-\lambda t} = 0{,}05 \qquad \Rightarrow t = -\frac{\ln 0{,}05}{\lambda}$$

und mit der Halbwertszeit: $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$

$$\Rightarrow t = -\ln 0{,}05 \cdot \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \qquad \Rightarrow t = 3 \cdot 10^9 \text{ Jahre}$$